حل مسائل رگرسیون فازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک آشوبگونه فازی

محسن فرهادی، محمدرضا جاهدمطلق، ناصر مزینی، حامد رحیم‌اف[۱]

چکیده

یکی از روشهای حل مسائل رگرسیون فازی استفاده از جستجوی آشوب فازی می‌باشد. در این روش ابتدا توسط یکی از توابع آشوبگونه به تولید توالی آشوبگونه از مجموعه‌های فازی پرداخته، سپس مجموعه‌های فازی تولید شده را در مسأله جایگذاری نموده و با مقایسه خروجیها، بهترین پاسخ را بدست می‌آورند. از آنجا که دقت و سرعت رسیدن به پاسخ در این روش به نرخ رشد تابع آشوبگونه بستگی دارد، لذا جهت انتخاب مقادیر مناسب نرخ رشد، از الگوریتم ژنتیک استفاده نمودیم. تابع ارزیابی الگوریتم ژنتیک پیشنهادی ما، همان روش جستجوی آشوب فازی است و ما آنرا الگوریتم ژنتیک آشوبگونه فازی (FCGA) نام نهادیم. در انتها با حل یک مسأله نمونه توسط FCGA به بررسی کارایی آن می‌پردازیم.

کلمات کلیدی

رگرسیون فازی، جستجوی آشوب فازی، الگوریتم ژنتیک

Solving Fuzzy Regression Problem by Fuzzy Chaotic Genetic Algorithm

Mohsen Farhadi; Mohammad Reza Jahed Motlagh; Naser Mozayani; Hamed Rahimov

Abstract

Fuzzy chaos search is one of the methods to solve fuzzy regression problems. in this method, initially, we tried to produce the chaotic sequence of fuzzy sets by one of chaotic functions. Then by substituting produced fuzzy sets in the problem and by comparing the outputs, the best result can be achieved. Since in this method, the speed and accuracy of finding the response depend on the rate of the growth of chaotic function, Genetic Algorithm has also been applied for the selection of suitable values for rate of growth. The suggested genetic algorithm fitness function is the same as fuzzy chaos search that has been called Fuzzy Chaotic Genetic Algorithm (FCGA). Ultimately, by solving a sample problem by FCGA, we can examine its efficiency.

Keywords

Fuzzy Regression, Fuzzy Chaos Search, Genetic Algorithm

---

[۱]- دکتر محمدرضا جاهد مطلق، دانشیار دانشکدهٔ مهندسی کامپیوتر دانشگاه علم و صنعت ایران jahedmr@iust.ac.ir. دکتر ناصر مزینی، استادیار دانشکدهٔ مهندسی کامپیوتر دانشگاه علم و صنعت ایران mozayani@iust.ac.ir. مهندس حامد رحیم‌اف، عضو هیئت علمی دانشگاه صنعتی شاهرود hrahimov@gmail.com . مهندس محسن فرهادی، دانشجوی کارشناسی ارشد رشته هوش مصنوعی و رباتیک دانشگاه علم و صنعت ایران narfarhadi@gmail.com

۱. مقدمه:

تحلیل رگرسیون یک ابزار پایه برای تواناسازی علم بررسی بر روی ارتباط بین متغیرهای مستقل و وابسته می‌باشد. در آنالیز رگرسیون کلاسیک هر دو متغیر مستقل و وابسته، اعداد حقیقی هستند. در بسیاری از وضعیت‌های دنیای واقعی، همانند پیچیدگی‌های سیستم‌های فیزیکی باعث پذیرش یک نظریه عمومی‌تر می‌گردد، لذا متغیرهای رگرسیون مانند موجودیت‌های غیر عددی و همچنین متغیرهای زبانی ارایه شدند [۸]. متأسفانه این قبیل از وضعیت‌های دنیای واقعی به‌کلی خارج از فضای تحلیل رگرسیون کلاسیک می‌باشند [۷،۶].

با معرفی مفهوم مجموعه‌های فازی در سال ۱۹۶۵ توسط لطفی‌زاده [۱۲،۱۱]، محققین بسیاری اقدام به گسترش آنالیز رگرسیون از دامنه قطعی به فازی نمودند. Tanaka و همکارانش در سال ۱۹۸۲ بر اساس تکنیک‌های بهینه‌سازی یک مدل برای حل مسائل رگرسیون فازی مطرح نمودند [۱۰]. Kao و Chyu در سال ۲۰۰۳ با استفاده از برآورد حداقل مربعات یک روش برای حل مسائل رگرسیون فازی ارایه نمودند [۹]. Bargiela و همکارانش در سال ۲۰۰۷ روش رگرسیون فازی خطی را برای حل مسائل فازی با چند متغیر مستقل گسترش دادند [۵].

همانگونه که مطرح شد یکی از روشهای حل مسألهٔ رگرسیون فازی، استفاده از روشهای بهینه‌سازی فازی می‌باشد. در سالهای گذشته چندین نوع از مسائل بهینه‌سازی فازی مطرح شده‌اند که تفاوت آنها در نوع تجزیه و تحلیلشان می‌باشد[۱-٤]. از جمله روشهای مطرح شده عبارتند از: بهینه‌سازی فازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک فازی توسط Bukley و Hayashi [۲]، شبیه‌سازی فازی با استفاده از آشوب فازی و استفاده از آن در حل مسائل بهینه‌سازی فازی توسط Bukley و Hayashi [۳]، بهینه‌سازی فازی با استفاده از جستجوی تابو توسط Li، Liao و Yu [۴]. ما در مقالهٔ "کاربرد آشوب در بهینه‌سازی فازی و حل مسألهٔ رگرسیون فازی" [۱]، بهینه‌سازی توسط جستجوی آشوب‌فازی را مطرح نمودیم. رویکرد ما دراین مقاله با روشهای قبلی متفاوت است چراکه اساساً انتخاب مقدار نرخ رشد تابع آشوبگونه (پارامتر r) در دقت و سرعت رسیدن به پاسخ تأثیر مستقیم دارد، لذا ما با استفاده از الگوریتم ژنتیک به جستجوی مقدار نرخ رشد مناسب، برای هر مسأله می‌پردازیم.

ادامهٔ این مقاله بدین‌صورت سازماندهی شده‌است. در ابتدا برخی از نمادهای استفاده شده در این مقاله را معرفی می‌نماییم. در بخش بعدی الگوریتم ژنتیک آشوبگونه فازی را شرح داده و با استفاده از آن به حل مسألهٔ بهینه‌سازی فازی ساده جهت تولید یک پاسخ بهینه می‌پردازیم. نتایج شبیه‌سازی و مقایسهٔ آن با سایر روشها در حل این مسأله، کارایی روش ما را نشان می‌دهد. حل مسألهٔ رگرسیون فازی در بخش پنج توضیح داده است و کارایی آن با حل یک مثال در بخش شش بررسی می‌شود. در نهایت در بخش هفت، نتایج و پیشنهاداتی را عنوان خواهیم نمود.

۲. نمادگذاری مقاله

در اینجا $\overline{A}$، $\overline{B}$، $\overline{C}$، . . . ، $\overline{X}$، $\overline{Y}$ و $\overline{Z}$ نشاندهندهٔ مجموعه‌های فازی هستند. تمام مجموعه‌های فازی ما زیرمجموعه‌های فازی از اعداد حقیقی خواهند داشت. اگر $\overline{A}$ یک مجموعه فازی باشد، آنگاه $\overline{A}(x)$ نشاندهندهٔ ارزش تابع عضویت در x است. یک عدد فازی مثلثی $\overline{N}$ بوسیلهٔ سه عدد $a<b<c$ بدین صورت تعریف می‌گردد (الف) $\overline{N}(x)=0$ برای $x \le a$ و $x \ge c$، (ب) $\overline{N}(b)=1$ و (ج) نمودار $\overline{N}(x)=y$ یک پاره‌خط مستقیم از $(a,0)$ به $(b,1)$ در $[a,b]$ و یک پاره خط دیگر از $(b,1)$ به $(c,0)$ در $[b,c]$ می‌باشد. ضمنا، عدد فازی مثلثی بصورت $\overline{N}(a,b,c)$ نوشته و از اصل گسترش، جهت محاسبات استاندارد در مجموعه‌های فازی استفاده شده است.

۳. الگوریتم ژنتیک آشوبگونه‌فازی

در [۱] نشان دادیم که روش جستجوی آشوب فازی اصلاح شده (IFCS) نسبت به روشهای شبیه سازی فازی آشوب، الگوریتم ژنتیک فازی (FGA) و جستجوی تابوی فازی (FTS) علاوه بر تولید پاسخ دقیقتر، با سرعت بیشتری به پاسخ می‌رسد. از آنجا که مقادیر نرخ رشد تابع آشوبگونه (r_i) در روش IFCS برای رسیدن به پاسخ دقیق با سرعت مناسب، مؤثر بوده و برای هر مسأله متفاوت می‌باشد، لذا در این بخش به شرح روش الگوریتم ژنتیک جهت جستجوی rهای مناسب می‌پردازیم. ما این روش را الگوریتم ژنتیک آشوبگونهٔ فازی نامیده و آنرا بطور خلاصه FCGA (Fuzzy Chaotic Genetic Algorithm) می‌نامیم. برای پیاده‌سازی FCGA، بصورت زیر عمل می‌نماییم:

تعریف کروموزوم: هر کروموزوم شامل ۳k ژن بوده، بطوریکه هر سه ژن، نمایندهٔ r_1, r_2, r_3 می‌باشد و هر ژن می‌تواند مقداری بین ۱/۵ تا ۲ اختیار نمایند.

جمعیت اولیه: جمعیت اولیه را با استفاده از تابع (۱) که همان تابع لوجستیک فازی است بطور آشوبگونه ایجاد می‌نماییم.

$$z_{n+1}=(1-r*z_n)^2 \qquad 1.5<r<2 \tag{۱}$$

از آنجا که z_n تولیدی در فاصلهٔ [۱و۰] می‌باشد، برای تبدیل آن به فاصلهٔ [۱/۵،۲] از تابع (۲) استفاده می‌نماییم.

$$gen_n = 1.5 + z_n / 2 \qquad (۲)$$

تابع ارزیابی (Fitness Function): برای ارزیابی بهترین کروموزوم، ژن‌های آن کروموزوم را بعنوان rهای روش IFCS [۱] در نظر گرفته و آنرا n مرتبه تکرار نموده و مرکز ثقل متناظر با بهترین $\overline{Y}$، بعنوان نتیجهٔ تابع ارزیابی در نظر می‌گیریم.

تولید جمعیت جدید: h درصد از بهترین کروموزوم‌ها را به جمعیت جدید اضافه می‌نماییم.

تولید فرزندان: برای ایجاد فرزندان از تمام کروموزوم‌های جمعیت فعلی استفاده می‌نماییم. از آنجا که ترتیب rها در پاسخ تولیدی مؤثر می‌باشند، لذا برای ایجاد فرزندان ابتدا دو کروموزوم را بصورت تصادفی، انتخاب نموده سپس به روش زیر عمل تولید فرزند را انجام می‌دهیم:

الف) انتخاب مقدار i بطور تصادفی بین ۱ و k*۳-۱

ب) انتخاب مقدار j بطور تصادفی بین i+۱ و k*۳

ج) جابجایی ژن i از کروموزوم اول با ژن j از کروموزوم دوم

جهش: برای جهش، ابتدا بطور تصادفی، m درصد از کروموزوم‌ها را انتخاب نموده، سپس بطور تصادفی یکی از ژنهای آنرا انتخاب نموده تا با استفاده از روش تولید آشوبگونهٔ ژن، عمل جهش را انجام دهیم.

شرط توقف الگوریتم: مراحل فوق را تا آنجا ادامه می‌دهیم که بهترین کروموزوم در S مرتبه تکرار گردد.

در بخش بعدی ابتدا با استفاده از الگوریتم پیشنهادی، به حل یک مثال بهینه‌سازی فازی ساده پرداخته و جهت نشان دادن کارایی این روش، نتایج بدست آمده را با نتایج بدست آمده از سایر روشها مقایسه می‌نماییم.

۴. مثال ۱: حل مسأله ماکزیمم‌سازی فازی با استفاده از روش FCGA:

ما می‌خواهیم مساله بهینه‌سازی فازی (۳) را حل نماییم.

$$\max \overline{Y} = \overline{X}(1-\overline{X}) \qquad (۳)$$

برای حل مسأله (۳) بطوریکه $\overline{X}$ یک عدد فازی در فاصله [0,1] باشد، با توجه به مطالب ذکر شده در بخش ۳ بصورت زیر عمل می‌نماییم. ابتدا یک مقدار فرضی برای $\overline{X}_0$ در فاصله [0,1] در نظرگرفته، سپس $\overline{X}_0 = (a_0, b_0, c_0)$ را با رعایت $0 \le a_0 < b_0 < c_0 \le 1$ مقدار دهی نموده و با استفاده الگوریتم ژنتیک آشوبگونه فازی به جستجوی r_1, r_2, r_3 مناسب برای حل مسألهٔ (۳) می‌پردازیم. دراینجا برای پیدا نمودن r_1, r_2, r_3 مناسب بدین‌صورت عمل می‌نماییم:

- مرحله (۱): N، تعداد جمعیت اولیه را برابر ۵۰۰ و برای هر کروموزوم مقدار سه ژن در نظر می‌گیریم.
- مرحله (۲): با استفاده از فرمول (۴) به تولید ژن‌ها برای ایجاد جمعیت اولیه می‌پردازیم.

$$z_{t+1} = (1 - rz_n)^2, \quad r = 1.645$$
$$gen_{t+1} = 1.5 + z_{t+1} / 2 \qquad (۴)$$

- مرحله (۳): برای ارزیابی کروموزوم‌ها ابتدا ژن‌های هر کروموزوم را معادل r_1, r_2, r_3 بصورت تابع (۵) در نظر گرفته، سپس با استفاده از توابع (۶) الی (۱۰)، به تولید آشوبگونه توالی‌های $\overline{X}_n$ می‌پردازیم.

$$r_i = gen_i, 1 \le i \le 3 \qquad (۵)$$

$$f_i(x_n) = x_{n+1} = (1 - 2r_i x_n)^2 \qquad (۶)$$

$$a_{n+1} = \min\{f_1(a_n), f_2(b_n), f_3(c_n)\} \qquad (۷)$$

$$b_{n+1} = mid\{f_1(a_n), f_2(b_n), f_3(c_n)\} \qquad (۸)$$

$$c_{n+1} = \max\{f_1(a_n), f_2(b_n), f_3(c_n)\} \qquad (۹)$$

$$\overline{X}_{n+1} = (a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}) \qquad (۱۰)$$

حال θ_n را برابر مرکز ثقل عدد فازی $\overline{Y}_n$ قرار می‌دهیم، در اینجا برای محاسبه θ_n از روش توزیع نسبی استفاده می‌نماییم و در حالت محدود نمودن اعداد فازی به اعداد مثلثی، مرکز ثقل از طریق رابطهٔ (۱۱) قابل محاسبه می‌باشد.

$$\theta_n = (a_{yn} + 2 * b_{yn} + c_{yn}) / 4 \qquad (۱۱)$$

در اینجا مسالهٔ ما پیدا کردن ماکزیمم $\overline{Y}_n = (a_{yn}, b_{yn}, c_{yn})$ است بطوریکه یکی از این $\overline{Y}_n$ها بزرگترین مرکز ثقل را داشته باشد. تا مرحله $n = 20$ ، $0 \le i \le n, \overline{Y}_i$ که بزرگترین مرکز ثقل را داراست بجای مقدار $\overline{Y}^*$ قرار می‌دهیم. در هر مرحله از الگوریتم اگر θ_{n+1} بزرگتر یا مساوی با مرکز ثقل $\overline{Y}^*$ باشد، مقدار $\overline{Y}^*$ برابر $\overline{Y}_{n+1}$ خواهد بود، در غیر اینصورت در $\overline{Y}^*$ تغییری حاصل نمی‌شود. درنهایت بهترین $\overline{Y}^*$ پاسخ تابع ارزیابی ما می‌باشد.

- مرحله (۴): قرار دادن $h = 20$ ، ۲۰ درصد از بهترین کروموزومها را به جمعیت جدید منتقل می‌نماییم.

- مرحله (۵): برای ایجاد فرزندان سه متغیر $p1$, $p2$ و q را در نظر گرفته، برای متغیرهای $p1$ و $p2$ بصورت تصادفی مقداری بین ۱ تا ۵۰۰ انتخاب نموده و برای q بطور تصادفی مقداری بین ۱ تا ۳ در نظر می‌گیریم سپس برای ایجاد فرزندان از الگوریتم زیر استفاده می‌نماییم:

الف) اگر q یک باشد، ژن اول از کروموزوم $p1$ را با ژن دوم از کروموزوم $p2$ جابجا می‌نماییم.

ب) اگر q دو باشد، ژن اول از کروموزوم $p1$ را با ژن سوم از کروموزوم $p2$ جابجا می‌نماییم.

ج) اگر q سه باشد، ژن دوم از کروموزوم $p1$ را با ژن سوم از کروموزوم $p2$ جابجا می‌نماییم.

- مرحله (۶): m=۵ : نرخ جهش را پنج درصد انتخاب می‌نماییم.

- مرحله (۶): با درنظر گرفتن S=۵، مراحل ۳ الی ۶ را مادامیکه در پنج تکرار پیاپی در بهترین پاسخ، بهبودی حاصل نگردد ادامه می‌دهیم.

جدول (۱) نتایج روش پیشنهادی ما برای حل مسألهٔ بهینه‌سازی‌فازی ساده، برای مقادیر متفاوت $\overline{X}_0$ نشان می‌دهد.

جدول ۱- نتایج روش پیشنهادی ما (FCGA) به‌ازای مقادیر مختلف ورودی

مرکز ثقل $\overline{X}_n$	r های بدست آمده به ازای مقادیر مختلف ورودی			ماکزیمم مرکز ثقل $\overline{Y}_n$	$\overline{X}_0$		
متناظر با ماکزیمم θ_n	r۳	r۲	r۱	θ_n	a۰	b۰	c۰
۰/۴۹۸۱۰۲	۱/۷۹۵۸۴	۱/۵۷۰۱۴	۱/۹۹۸۲۶	۰/۳۷۴۹۴۲	۰/۵	۰/۴	۰/۳
۰/۵۰۲۶۰۲	۱/۷۸۰۰۱	۱/۵۷۶۴۸	۱/۶۸۵۰۶	۰/۳۷۴۹۲۷	۰/۶	۰/۵	۰/۴
۰/۴۹۸۹۸۸	۱/۶۹۰۸۲	۱/۵۰۴۷۴	۱/۸۳۷۱۰	۰/۳۷۴۹۹۳	۰/۷	۰/۶	۰/۵

با توجه به الگوریتم پیشنهادی، ماکزیمم مرکز ثقل با گرد کردن تا سه رقم اعشار برابر ۰/۳۷۵ و $\overline{X}_n$ معادل با بهترین $\overline{Y}_n$ در این حالت برابر ۰/۴۹۸۹۸۸ می‌باشد. نتیجهٔ نهایی مستقل بودن از مقدار اولیه $\overline{X}_0 = (a_0, b_0, c_0)$ را نشان می‌دهد، به شرط آنکه رابطهٔ $0 \le a_0 < b_0 < c_0 \le 1$ برقرار باشد.

برای محاسبه دقت روش پیشنهادی، اگر مقدار اولیه $\overline{X}_0$ را بصورت (۱و۰/۵و۰) در نظر بگیریم، مرکز ثقل برابر ۰/۳۷۵ و $\overline{X}_n$ معادل آن ۰/۵ بدست می‌آید، پس مشاهده می‌گردد که روش پیشنهادی ما از دقت قابل قبولی برخوردار است.

ما با قرار دادن rهای جدول (۱) برای مقادیر ورودی متناظرشان در روش IFCS می‌توانیم با n=۲۰ تکرار به پاسخ‌های موجود در جدول (۱) دست یابیم.

جدول (۲) شامل نتایج روش پیشنهادی ما، روش فازی آشوب اصلاح شده (FCS) با ۱۰۰۰ تکرار و روش فازی آشوب با ۱۰۰۰۰۰ تکرار می‌باشد و با استناد به آن به مقایسهٔ دقت روش پیشنهادی FCGA می‌پردازیم.

جدول ۲- مقایسه نتایج روش پیشنهادی ما (FCGA) با روشهای IFCS و روش شبیه‌سازی فازی آشوب (FCS) به ازای مقادیر مختلف ورودی

مرکز ثقل $\overline{X}_n$ متناظر با بهترین $\overline{Y}_n$	بهترین ماکزیمم مرکز ثقل $\overline{Y}_n$	$\overline{X}_0$			نام روش
		a.	b.	c.	
۰/۴۹۸۱۰۲	۰/۳۷۴۹۴۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	FCGA
۰/۵۰۲۶۰۲	۰/۳۷۴۹۲۷	۰/۴	۰/۵	۰/۶	FCGA
۰/۴۹۸۹۸۸	۰/۳۷۴۹۹۳	۰/۵	۰/۶	۰/۷	FCGA
۰/۴۸۷۴۹۱	۰/۳۷۴۴۲۸	۰/۳	۰/۴	۰/۵	IFCS
۰/۴۹۷۹۱۲	۰/۳۷۴۸۶۶	۰/۴	۰/۵	۰/۶	IFCS
۰/۵۰۷۵۷۷	۰/۳۷۴۶۱۱	۰/۵	۰/۶	۰/۷	IFCS
۰/۵۱۷۶۶۶	۰/۳۶۸۹۷۳	۰/۳	۰/۴	۰/۵	FCS
۰/۵۴۳۴۷۷	۰/۳۶۷۸۹۲	۰/۴	۰/۵	۰/۶	FCS
۰/۴۹۰۶۱۸	۰/۳۶۹۱۹۲	۰/۵	۰/۶	۰/۷	FCS

همانگونه که در جدول (۲) مشاهده می‌شود، پاسخ بدست آمده در روش پیشنهادی ما به ازای مقادیر مختلف ورودی، بهترین پاسخ نسبت به دو روش دیگر می‌باشد. لذا روش پیشنهادی ما (FCGA) پاسخ دقیقتری نسبت به روش‌های فازی آشوب و IFCS ایجاد می‌نماید.

در جدول (۳) نتایج روش پیشنهادی (FCGA) با روشهای IFCS، FCS، FGA و FTS در بدست آوردن $\overline{X}_n$ متناظر با پاسخ بهینه جهت مقایسه ارایه شده‌اند.

جدول ۳- مقایسه بین روش پیشنهادی ما با روشهای IFCS، FCS، FTS و FGA

نام روش	$\overline{X}_n$ متناظر با پاسخ بهینه	قدر مطلق تفاضل ۰/۵ با مرکز ثقل $\overline{X}_n$ متناظر با بهترین پاسخ
FGA	۰/۴۵۳۶	۰/۰۴۶۴
FTS	۰/۴۹۱۴	۰/۰۰۸۶
FCS	۰/۴۹۰۶	۰/۰۰۹۴
IFCS	۰/۴۹۷۹	۰/۰۰۲۱
FCGA	۰/۴۹۸۹	۰/۰۰۱۱

با توجه به جدول (۳) در می‌یابیم که روش پیشنهادی ما در مقایسه با سایر روشهای مطرح شده از دقت بیشتری برخوردار می‌باشد. از طرفی روش‌های جستجوی تکاملی، مانند GA امکان گرفتار شدن در بهینهٔ محلی را نیز دارند. سایر روشها معایب روش FGA را ندارند، اما روش پیشنهادی ما، حداقل، در دقت پاسخ تولیدی از آنها بهتر عمل می‌نماید. علاوه بر اینکه یکی از محاسن الگوریتم ژنتیک آشوبگونه، گرفتار نشدن در بهینهٔ محلی می‌باشد. لذا می‌توان نتیجه گرفت که روش پیشنهادی ما قادر به تولید پاسخ با دقت برای مسائل بهینه‌سازی فازی می‌باشد. در ادامه این روش را برای حل مسألهٔ رگرسیون خطی فازی بسط می‌دهیم.

۵. رگرسیون فازی

ما رگرسیون خطی فازی را طوری مطرح می‌نماییم تا بتوانیم معادلهٔ خطی $\overline{Y} = \overline{A}\overline{X} + \overline{B}$ را توسط داده‌های فازی رسم نماییم. داده‌های فازی $(\overline{X}_i, \overline{Y}_i)$هایی هستند که $\overline{X}_i$ ورودی فرآیند و $\overline{Y}_i$ خروجی آن است، $1 \le i \le m$. با فرض یک ارتباط خطی، شروع به پیدا نمودن $\overline{A}$ و $\overline{B}$ می‌نماییم، بطوریکه اگر رابطه (۱۲) برقرار باشد، آنگاه خطا مینیمم گردد.

$$\overline{W_i} = \overline{A}\overline{X}_i + \overline{B} \tag{۱۲}$$

فرض کنید d بعنوان متریک متداول (بعنوان مثال تفاوت مرکز ثقل $\overline{W_i}$) با مرکز ثقل $\overline{Y_i}$ برای اعداد فازی استفاده شود. پس رابطه خطا معادلهٔ (۱۳) خواهد بود که می‌خواهیم مینیمم گردد.

$$E_n = \sum_{i=1}^{m} d(\overline{Y_i}, \overline{W_i}) \tag{۱۳}$$

اگر فردی بخواهد با استفاده از یک راه‌حل تحلیلی، $\overline{A}$ و $\overline{B}$ را محاسبه نماید، هزینهٔ زیادی برای رسیدن به پاسخ باید صرف نماید. بنابراین ما روش بهینه‌سازی با استفاده از "ژنتیک الگوریتم آشوبگونه فازی" را پیشنهاد می‌نماییم.

فرض کنید که $\overline{X}_i$، $\overline{Y}_i$، $\overline{A}$ و $\overline{B}$ همه، اعداد فازی باشند، بطوریکه $\overline{X}_i$، $\overline{A}$ و $\overline{B}$ از نوع اعداد فازی مثلثی باشند. با یک تحلیل اولیه، در می‌یابیم که $\overline{A}$ یک عدد فازی مثلثی غیر منفی در $[۰,M]$، $M>۰$ و $\overline{B}$ یک عدد فازی مثلثی در $[-M_۱,M_۱]$، $M_۱>۰$ می‌باشد. برای حل مسأله، تمام تعریف‌های مربوط به الگوریتم ژنتیک آشوبگونه توضیح داده شده در بخش ۳ را با درنظر گرفتن شش ژن برای هر کروموزوم و استفاده از تابع ارزیابی زیر در نظر گرفته و شروع به حل مسأله می‌نماییم:

تابع ارزیابی: ابتدا مقادیر اولیه $\overline{A}_0$ و $\overline{B}_0$ را انتخاب نموده، سپس با در نظر گرفتن ژن‌های کروموزوم جاری بعنوان rهای تابع لوجستیک معکوس بطور آشوبگونه توالی $\overline{A}_n$ را در [۰,M] و $\overline{B}_n$ را در [-M۱,M۱] تولید می‌نماییم. و در رابطه (۱۴) قرار می‌دهیم.

$$\overline{W_{ni}} = \overline{A}_n\overline{X}_i + \overline{B}_n \tag{۱۴}$$

سپس با استفاده از تابع (۱۳) مقدار E_n را محاسبه می‌نماییم، بدیهی است که کوچکترین E_n خروجی تابع ارزیابی ما را تشکیل می‌دهد.

نهایتاً بعد از اتمام الگوریتم، $\overline{A}_n$ و $\overline{B}_n$ بدست آمده در تابع ارزیابی با کوچکترین E_n، پاسخ مسألهٔ ما می‌باشند. در ادامه با حل یک مثال و مقایسهٔ نتایج آن با سایر روشهای رگرسیون فازی به بررسی عملکرد آن می‌پردازیم.

۶. مثال ۲:

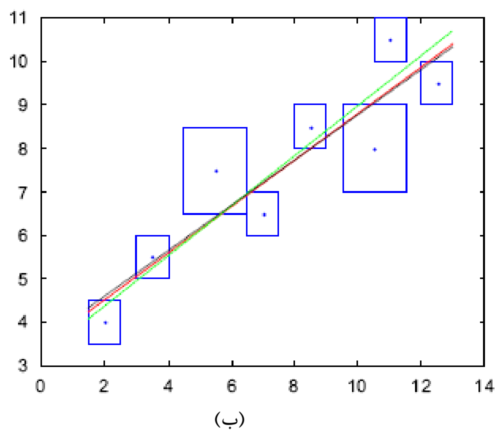
ما در اینجا خطاهای مربوط به پیش‌بینی را با استفاده از چهار روش رگرسیون بررسی می‌نماییم: مدل پیشنهادی ما (FCGA)، مدل مطرح شده توسط Bargiela و همکاران [۵]، مدل مطرح شده توسط Tanaka و همکاران [۱۰] و مدل مطرح شده توسط Kao و Shyu [۹]. برای این منظور از دو سری مجموعهٔ دادهٔ ساختگی مطرح شده در منابع [۹،۱۰] استفاده می‌نماییم (جداول ۴ و ۵).

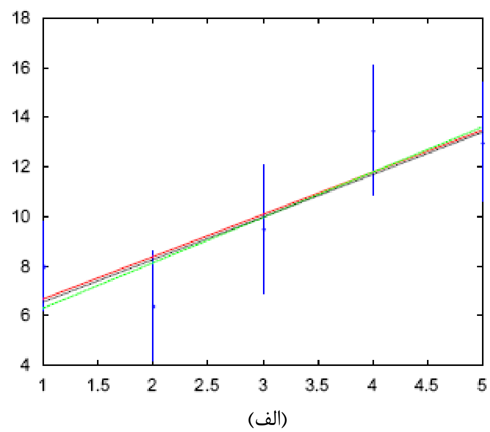
جدول۴- مجموعه داده ساختگی استفاده شده در [۱۰] (شکل ۱-الف)

متغیرهای وابسته	متغیرهای مستقل
(۶/۲ ، ۸/۰ ، ۹/۸)	(۱ ، ۱ ، ۱)
(۴/۲ ، ۶/۴ ، ۸/۶)	(۲ ، ۲ ، ۲)
(۶/۹ ، ۹/۵ ، ۱۲/۱)	(۳ ، ۳ ، ۳)
(۱۰/۹ ، ۱۳/۵ ، ۱۶/۱)	(۴ ، ۴ ، ۴)
(۱۰/۶ ، ۱۳/۰ ، ۱۵/۴)	(۵ ، ۵ ، ۵)

جدول۵- مجموعه داده ساختگی استفاده شده در [۹] (شکل ۱-ب)

متغیرهای وابسته	متغیرهای مستقل
(۳/۵ ، ۴/۰ ، ۴/۵)	(۱/۵ ، ۲/۰ ، ۲/۵)
(۵/۰ ، ۵/۵ ، ۶/۰)	(۳/۰ ، ۳/۵ ، ۴/۰)
(۶/۵ ، ۷/۵ ، ۸/۵)	(۴/۵ ، ۵/۵ ، ۶/۵)
(۶/۰ ، ۶/۵ ، ۷/۰)	(۶/۵ ، ۷/۰ ، ۷/۵)
(۸/۰ ، ۸/۵ ، ۹/۰)	(۸/۰ ، ۸/۵ ، ۹/۰)
(۷/۰ ، ۸/۰ ، ۹/۰)	(۹/۵ ، ۱۰/۵ ، ۱۱/۵)
(۱۰/۰ ، ۱۰/۵ ، ۱۱/۰)	(۱۰/۵ ، ۱۱/۰ ، ۱۱/۵)
(۹/۰ ، ۹/۵ ، ۱۰/۰)	(۱۲/۰ ، ۱۲/۵ ، ۱۳/۰)





شکل۱- مجموعه داده‌های فازی برای رگرسیون فازی جدول ۴ (الف) و جدول۵ (ب)

برای حل این مسائل باید مقادیر بهینهٔ $\overline{A}$ و $\overline{B}$ را بدست آورد به طوریکه خطای پیش‌بینی حداقل گردد، لذا ما الگوریتم FCGA را بصورت زیر پیکر بندی می‌نماییم.

برای هر کروموزوم ۶ ژن و تعداد جمعیت اولیه را برابر ۵۰۰ در نظر می‌گیریم. برای داده‌های هر دو جدول ۴ و ۵، مقادیر M=۲ و M_1=۱۰ فرض شده و در هر مرحله، جستجوی آشوب فازی را جهت رسیدن به حداقل خطای پیش‌بینی، پنجاه بار تکرار می‌نماییم و نتیجهٔ بدست آمده را بعنوان خروجی تابع ارزیابی در نظر می‌گیریم. در ادامه ۲۰٪ از بهترین کروموزوم‌ها را به نسل جدید منتقل نموده و نرخ جهش را برابر ۵٪ انتخاب می‌نماییم. در نهایت چنانچه بهترین پاسخ تولیدی در چهار نسل تکرار شود، الگوریتم را موقف می‌نماییم.

برای مقایسهٔ نتایج بدست آمده از روش پیشنهادی با سایر روشها، مرکز ثقل مقادیر بهینهٔ $\overline{A}$ و $\overline{B}$ را در نظر گرفته و آنها را a و b می‌نامیم. مقادیر بدست آمده برای پارامترهای (a، b) از روش‌های رگرسیون خطی Takana، Kao، Bargiela و روش پیشنهادی ما برای

مجموعه داده‌های جدول ۴ به ترتیب عبارتند از: (۴/۴۵۰،۱/۸۳۳)، (۴/۸۰۸ ، ۱/۷۱۸)، (۴/۹۵۰ ، ۱/۷۱۹)، (۴/۹۳۰ ، ۱/۷۱۴). برای مجموعه داده‌های جدول ۵ نیز نتایج بدست آمده عبارتند از: (۳/۲۰۱ ، ۰/۵۷۹)، (۳/۵۶۵ ، ۰/۵۲۲)، (۳/۴۴۷ ، ۰/۵۳۶)، (۳/۵۱۶ ، ۰/۵۱۸).

برای نشان دادن دقت روشهای رگرسیون، از ارزیابی جذر میانگین مجذور خطا (root-mean-squared-error) یا بطور خلاصه RMSE (رابطه ۱۵) استفاده نموده، که نشان دهندهٔ اختلاف بین مقادیر واقعی و محاسبه شده برای متغیرهای وابسته می‌باشد.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{c}(|Y_i - Y_i^*|)^2} \quad (۱۵)$$

نتایج بدست آمده از این ارزیابی در جدول ۶ قابل مشاهده می‌باشد.

جدول۶- نتایج حاصل از ارزیابی RMSE برای چهار روش رگرسیون فازی

	روش رگرسیون [۹]	روش رگرسیون [۱۰]	روش رگرسیون [۵]	روش پیشنهادی
RMSE مجموعه داده جدول ۴	۱/۳۷۲۸	۱/۳۶۰۶	۱/۳۵۵۸	۱/۳۵۵۵
RMSE مجموعه داده جدول ۵	۰/۸۳۲۲	۰/۸۰۱۹	۰/۸۰۳۹	۰/۸۰۱۸

همانطور که در جدول ۶ مشاهده می‌شود، خطای تولید شده در روش ما در هر دو نمونه از داده‌ها کمترین مقدار می‌باشد، که نشان دهندهٔ دقت روش پیشنهادی در بدست آوردن پارامترهای مسألهٔ رگرسیون فازی می‌باشد.

البته این روش مي‌تواند براي رگرسيون چندجمله اي فازي (١٦) و ديگر مدلهاي توابع از رگرسيون نيز تعميم داده‌شود.

$$\overline{Y} = \overline{A}\overline{X}^2 + \overline{B}\overline{X} + \overline{C} \quad (۱۶)$$

۷. نتیجه‌گیری:

ما توانستیم در این مقاله با استفاده از الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، وابستگی روش جستجوی آشوب فازی به نرخ رشد تابع آشوبگونه را برطرف نماییم. برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی (FCGA) به حل مسألهٔ بهینه سازی فازی ساده $\max \overline{X}(1-\overline{X})$ پرداخته، سپس نتایج بدست آمده از آن را با روشهای فازی آشوب، FCS، FGA و FCS مقایسه نمودیم. از مقایسهٔ پاسخ‌های حاصل شده از روشهای فوق به این نتیجه رسیدیم که روش پیشنهادی ما (FCGA) در تولید پاسخ از دقت بالاتری نسبت به سایر روشها برخوردار است. در ادامه روش FCGA را جهت حل مسألهٔ رگرسیون فازی توسعه داده و برای نشان دادن کارایی آن به حل دو مثال نمونه پرداخته و نتایج بدست آمده نشان داد که روش توسعه یافته FCGA پاسخ دقیق‌تری نسبت به سایر روشهای رگرسیون فازی تولید می‌نماید.

در این تحقیق ما با استفاده از الگوریتم ژنتیک به محاسبه مقادیر بهینهٔ نرخ رشد تابع آشوبگونه، برای روش جستجوی آشوب فازی پرداختیم. استفاده از سایر روشهای بهینه‌سازی برای بهینه نمودن مقادیر نرخ رشد و بررسی سرعت رسیدن به پاسخ و دقت پاسخ تولیدی، می‌تواند تحقیقی برای آینده باشد.

۸. منابع:

[۱] فرهادی، محسن؛ جاهد مطلق، محمدرضا؛ مزینی، ناصر؛ رحیم‌اف، حامد؛ **"کاربرد آشوب در بهینه‌سازی فازی و حل مسأله رگرسیون فازی"**، کنفرانس داده‌کاوی ایران، دومین دوره، شماره مقاله ۱۴۰۰، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، پاییز ۱۳۸۷.

[۲] Buckley, J.J.; Hayashi, Y.; “Fuzzy genetic algorithm and application”, Fuzzy Sets Syst.,vol. ۶۱, pp. ۱۲۹-۱۴۶, ۱۹۹۴.

[۳] Buckley, J.; Hauashi, Y.; “Applications of fuzzy chaos to fuzzy simulation”, Fuzzy sets and systems, Vol. ۹۹, pp. ۱۵۱-۱۵۷, ۱۹۹۸.

[۴] Li ,C.; Liao, X.; Ya, J.; “Tabu search for fuzzy optimization and applications”, Information Sciences, Vol. ۱۵۸, pp. ۳-۱۳, ۲۰۰۴.

[۵] Bargiela, A.; Pedrycz, W.; Nakashima, T.; "Multiple regression with fuzzy data", Fuzzy sets and systems, Vol. ۱۵۸, pp. ۲۱۶۹ – ۲۱۸۸, ۲۰۰۷.

[۶] Bardossy, A.; "Note on fuzzy regression", Fuzzy Sets and Systems, Vol. ۳۷, pp. ۶۵–۷۵, ۱۹۹۰.

[۷] Bardossy, A.; Bogardi, I.; Duckstein, L.; "Fuzzy regression in hydrology", Water Resources Res., vol. ۲۶, pp. ۱۴۹۷–۱۵۰۸, ۱۹۹۰.

[۸] Cheng, C.B.; Lee, E.S.; "Fuzzy regression with radial basis function network", Fuzzy Sets and Systems, vol. ۱۱۹ (۲), pp. ۲۹۱–۳۰۱, ۲۰۰۱.

[۹] Kao, C., Chyu, C.L., "Least-squares estimates in fuzzy regression analysis", European J. Oper. Res., vol. ۱۴۸ (۲),pp. ۴۲۶–۴۳۵, ۲۰۰۳.

[۱۰] Tanaka, H.; Uegima, S.; Asai, K.; "Linear regression analysis with fuzzy model", IEEE Trans. Systems Man Cybernet., vol. ۱۲, pp. ۹۰۳–۹۰۷, ۱۹۸۲.

[۱۱] Zadeh, L.A.; "Fuzzy sets", Inform. and Control, vol. ۸, pp. ۳۳۸–۳۵۳, ۱۹۶۵.

[۱۲] Zadeh, L.A.; "Fuzzy logic = computing with words", IEEE Trans. Fuzzy Systems , vol. ۴ (۲), pp. ۱۰۳–۱۱۱, ۱۹۹۶.